

Exercice 60

1. Simulation

a. Sur un tableur, la formule $\boxed{=ENT(6*ALEA()+1)}$ renvoie un entier compris entre 1 et 6, de façon équiprobable.

Dans le fichier tableur dont une copie d'écran figure ci-dessous,

- on a entré dans les cellules B2 et C2 cette formule
- puis on l'a recopiée vers le bas jusqu'à la ligne 1001 pour simuler 1 000 lancers de 2 dés bien équilibrés.

	A	B	C	D
1		dé 1	dé 2	max M
2	lancer 1	4	6	6
3	lancer 2	5	3	5
4	lancer 3	1	6	6
5	lancer 4	6	5	6
6	lancer 5	5	2	5

Dans la cellule D2, on a entré la formule $\boxed{=MAX(B2;C2)}$ qui renvoie le plus grand des nombres figurant dans B2 et C2.

On la recopie ensuite vers le bas pour obtenir la simulation attendue.

b. Si les valeurs simulées de M ont été obtenues en colonne D, de D2 à D1001, la formule $\boxed{=NB.SI(\$D\$2:\$D\$1001;G4)/1000}$ renvoie la fréquence de la valeur de x_i , figurant en cellule G4, dans la plage de données ($\$D\$2:\$D\1001).

c. La mise en œuvre des instructions précédentes, puis le calcul des fréquences des valeurs x_i et enfin le calcul de leur moyenne, apparaissent sur la copie d'écran ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		dé 1	dé 2	max M								
2	lancer 1	5	6	6		SIMULATION						
3	lancer 2	3	6	6		fréquences observées						
4	lancer 3	2	6	6		x_i	1	2	3	4	5	6
5	lancer 4	6	3	6		fréquences	0,03	0,07	0,14	0,2	0,254	0,31
6	lancer 5	3	3	3		gain moyen M	4,52					

Conseil tableur

Pour entrer en colonne A les 1 000 lancers avec leur numéros, il suffit d'écrire «lancer 1» et «lancer 2» en A2 et A3, de sélectionner les deux cellules puis de les recopier vers le bas avec la poignée de copie.

Conseil

Ouvrir les fichiers disponibles sur le site et y retrouver ces instructions.

2. Modélisation

a. Les valeurs prises par la variable aléatoire G donnant le gain du joueur coïncident avec les valeurs de M .

G peut donc prendre, en euros, les valeurs 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

$$P(G = 1) = P(\text{« obtenir 11 »}) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

$$P(G = 2) = P(\text{« obtenir 12, 21 ou 22 »}) = \frac{3}{36}$$

...

$$P(G = 6) = P(\text{« obtenir 16, 26, 36, 46, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66 »}) = \frac{11}{36}$$

D'où la loi de probabilité de G :

k	1	2	3	4	5	6
$P(X=k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$

b. $E(G) = \frac{161}{36} \approx 4,472$

Le jeu est favorable au joueur tant que la mise m reste inférieure au gain moyen $E(G)$.

La mise maximale (entière) est donc égale à 4 €.

Conseil

La détermination de la loi de probabilité de la variable aléatoire G peut être facilitée par la présentation dans un tableau à double entrée des numéros amenés par les deux dés et des valeurs de G en résultant.

L'équiprobabilité des 36 couples donne alors rapidement les probabilités cherchées.

dé1\dé2	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	2	3	4	5	6
3	3	3	3	4	5	6
4	4	4	4	4	5	6
5	5	5	5	5	5	6
6	6	6	6	6	6	6